

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Die Einführung der Primzeichen mit mehrdimensionalen Kategorien**

1. Bekanntlich gleicht die Einführung der Primzeichen der Wirkung des Sukzessionsoperators  $\sigma$  auf die Null als Anfangselement und die 1 als  $\sigma(0)$ , so dass man durch vollständige Induktion aus der Zahl  $n$  immer die nachfolgende Zahl  $(n+1)$  erzeugen kann:

$0, \sigma(0) = 1, \sigma(1) = 2, \sigma(2) = 3, \text{ usw.},$

vgl. dazu Bense 1975, S. 168 ff., 1981, S. 17 ff., 1983, S. 192 ff.

2. Wie Bense jedoch korrekt bemerkt hatte, stellt die Peircesche Zeichendefinition ein Inklusionsschema dar, insofern die Erstheit in der Zweit- und Drittheit und die Zweitheit in der Drittheit enthalten ist, vgl. Bense (1979, S. 53):

$ZR = (1, ((1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))),$

wobei Bense von einer „Relation über Relationen“ spricht.

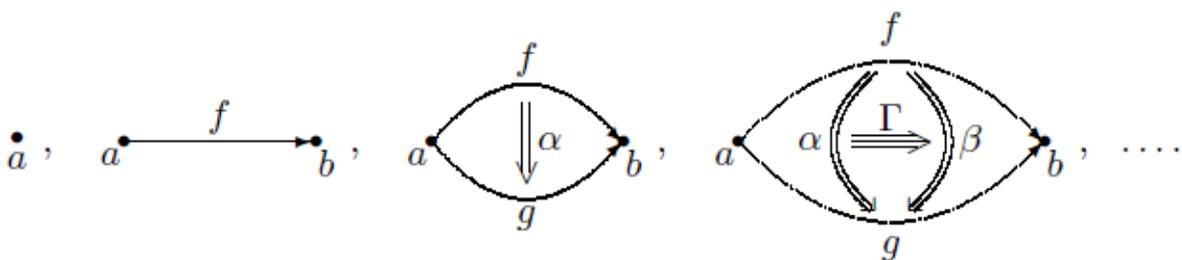
3. Die Einführung des Zeichens als (1-)Kategorie durch Bense (1981, S. 124 ff.):

$ZR = (1 \rightarrow_{\alpha} 2 \rightarrow_{\beta} 3)$

ist daher ungenügend, da zur Darstellung der „verschachtelten“ Relationen mehrdimensionale Kategorien benötigt werden, wie sie z.B. bereits von Mac Lane (1972, S. 192) benutzt worden waren:

$$0 \xrightarrow{\delta_0} 1 \xrightarrow[\delta_1]{\delta_0} 2 \rightrightarrows 3, \dots, \quad \delta_0, \dots, \delta_n : n \rightarrow n+1.$$

Bei dieser Formel ist es im Grunde unwichtig, ob man (z.B. Bense 1975, S. 65 ff.) folgend, die „Nullheit“ in die Peircesche Zeichendefinition einbettet oder nicht; man kann ja einfach  $0 := 1$ ,  $1 := 2$ ,  $2 := 3$  setzen. Im ersten Fall hat man ein Gebilde aus 1 1-dimensionalen, 1 2-dimensionalen und 1 3-dimensionalen Kategorien, im zweiten Falle werden nur  $n$ -Kategorien für  $n = 2$  erreicht. Da es schwerwiegende Gründe für die Annahme einer Nullheit gibt (vgl. z.B. Toth 2008), benutzen wir also gerade die Mac Lanesche Darstellung zur  $n$ -kategorialen Einführung der Primzeichen: Von der Nullheit zur Erstheit führt dann ein Morphismus  $\delta_0$ , dieser wird jedoch „parallel“ zur Abbildung von  $1 \rightarrow 2$  durch  $\delta_1$  (und wiederum von  $2 \rightarrow 3$  durch  $\delta_2$ ) „mitgeführt“. Anders ausgedrückt: Die Nullheit ist sowohl in der Erstheit, als auch in der Zweitheit und Drittheit enthalten, die Erstheit ist in der Zweitheit und Drittheit, und die Zweitheit ist in der Drittheit enthalten. Repräsentation beruht also auf „Generierung“, und Generierung auf „Mitführung“ seit Adam und Eva. Genau dem Mac Laneschen Schema entspricht die schöne Illustration von 0-, 1-, 2- und 3-Kategorien bei Leinster (2003, S. 14):



Es ist somit absehbar, dass man kategoriethoretische Semiotik auch auf dem bisher höchsten Niveau von  $n$ -Kategorien betreiben kann.

## **Bibliographie**

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Leinster, Tom, Higher Operads, Higher Categories. Glasgow 2003

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

2.12.2010